

MATHCAD-Arbeitsblatt
Berechnung von Schaltvorgängen

Aufgabe 2.9

$$s(t) := \text{phi}(t)$$

Mit dem Verfahren der Operatorimpedanzen und der Spannungsteilerregel folgt der Ansatz für die Bildfunktion $U_C(p)$:

$$U_C(p) = \frac{U_q}{p} \cdot \frac{\left[\frac{(R_L + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R_L + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} \right]}{\left[\frac{(R_L + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R_L + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R_i \right]}$$

$$U_C(p) = \frac{U_q}{R_i \cdot L \cdot C} \cdot \frac{R_L + p \cdot L}{p \cdot \left(p^2 + \frac{L + R_i \cdot R_L \cdot C}{R_i \cdot L \cdot C} p + \frac{R_i + R_L}{R_i \cdot L \cdot C} \right)}$$

Für die Zahlenwerte wird vereinbart: Spannungen in V, Ströme in A, Widerstände in Ω , Induktivitäten in H, Kapazitäten in F, Zeiten in s.

$$C := 1.5 \cdot 10^{-6}$$

$$L := 0.3$$

$$R_L := 150$$

$$R_i := 10$$

$$U_q := 60$$

Wurzeln des quadratischen Nennerpolynoms bestimmen:

$$a := \frac{L + R_i \cdot R_L \cdot C}{R_i \cdot L \cdot C}$$

$$b := \frac{R_i + R_L}{R_i \cdot L \cdot C}$$

$$p_1 := \frac{-a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

$$p_1 = -533.602$$

$$p_2 := \frac{-a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

$$p_2 = -6.663 \cdot 10^4$$

aperiodischer Fall

$$\frac{U_q}{R_i \cdot L \cdot C} \cdot \frac{(R_L + p \cdot L)}{p \cdot (p - p_1) \cdot (p - p_2)} \Bigg|_{\text{invlaplace, p} \rightarrow \text{gleit, 4}} \rightarrow 56.25 + 3.811 \cdot \exp(-533.6 \cdot t) - 60.06 \cdot \exp[-(6.663 \cdot 10^4)]$$

$$\frac{U_q}{R_i \cdot L \cdot C} \cdot \frac{(R_L + p \cdot L)}{p \cdot (p - p_1) \cdot (p - p_2)}$$

in Partialbrüche zerlegt, ergibt

$$\frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \cdot U_q \cdot \frac{R_L}{(p \cdot C \cdot L \cdot R_i)} + U_q \cdot \frac{(R_L + p_1 \cdot L)}{[p_1 \cdot (p_1 - p_2) \cdot (p - p_1) \cdot C \cdot L \cdot R_i]} \\ - U_q \cdot \frac{(p_2 \cdot L + R_L)}{[p_2 \cdot (p_1 - p_2) \cdot (p - p_2) \cdot C \cdot L \cdot R_i]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \cdot U_q \cdot \frac{R_L}{(C \cdot L \cdot R_i)} + U_q \cdot \frac{(R_L + p_1 \cdot L)}{[p_1 \cdot (p_1 - p_2) \cdot C \cdot L \cdot R_i]} \cdot \exp(p_1 \cdot t) \\ - U_q \cdot \frac{(p_2 \cdot L + R_L)}{[p_2 \cdot (p_1 - p_2) \cdot C \cdot L \cdot R_i]} \cdot \exp(p_2 \cdot t)$$

$$u_C(t) := \left[\frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \cdot U_q \cdot \frac{R_L}{(C \cdot L \cdot R_i)} + U_q \cdot \frac{(R_L + p_1 \cdot L)}{[p_1 \cdot (p_1 - p_2) \cdot C \cdot L \cdot R_i]} \cdot \exp(p_1 \cdot t) \right] \cdot s(t) \\ - \left[U_q \cdot \frac{(p_2 \cdot L + R_L)}{[p_2 \cdot (p_1 - p_2) \cdot C \cdot L \cdot R_i]} \cdot \exp(p_2 \cdot t) \right] \cdot s(t)$$

$$t := -0.2 \cdot 10^{-2}, -0.2 \cdot 10^{-2} + 0.2 \cdot 10^{-5} .. 10^{-2}$$

