MATHCAD-Arbeitsblatt
Berechnung von Schaltvorgängen

Aufgabe 2.6

$s(t) := \mathrm{phi}(t)$

Für die Zahlenwerte wird vereinbart: Spannungen in V, Ströme in A, Widerstände in Ω, Induktivitäten in H, Kapazitäten in F, Zeiten in s.

$L_2 := 18 \cdot 10^{-3}$

$L_1 := 18 \cdot 10^{-3}$

$R_2 := 10$

$R_1 := 10$

$U_q := 1$

$k := 0.95$

$R_a := 100$

$L_{12} := k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$

Gleichungen im Bildbereich

$$\frac{U_q}{p} = \left(R_1 + p \cdot L_1\right) \cdot I_1(p) - p \cdot L_{12} \cdot I_2(p),$$

$$0 = -p \cdot L_{12} \cdot I_1(p) + \left(R_2 + R_a + p \cdot L_2\right) \cdot I_2(p),$$

$$U_a(p) = R_a \cdot I_2(p) = \frac{U_q \cdot R_a \cdot L_{12}}{\left(L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2\right)} \cdot \frac{1}{p^2 + p \cdot \frac{L_1 \cdot R_2 + L_1 \cdot R_a + L_2 \cdot R_1}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} + \frac{R_1 \cdot R_a + R_1 \cdot R_2}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}}.$$

Wurzeln des Nennerpolynoms bestimmen:

$$a := \frac{L_1 \cdot R_2 + L_1 \cdot R_a + L_2 \cdot R_1}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \qquad a = 6.838 \cdot 10^4$$

$$b := \frac{R_1 \cdot R_a + R_1 \cdot R_2}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \qquad b = 3.482 \cdot 10^7$$

$$p_1 := \frac{-a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b} \qquad p_1 = -513.11$$

$$p_2 := \frac{-a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b} \qquad p_2 = -6.786 \cdot 10^4$$

aperiodischer Fall

$$K := \frac{U_q \cdot R_a \cdot L_{12}}{\left(L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2\right)} \qquad K = 5.413 \cdot 10^4$$

Partialbruchansatz:

$$K\cdot\frac{1}{(p-p_1)\cdot(p-p_2)} = \frac{A}{p-p_1}+\frac{B}{p-p_2}$$

$$K\cdot\frac{1}{(p-p_1)\cdot(p-p_2)}$$

in Partialbrüche zerlegt, ergibt

$$\frac{K}{\left[(-p_2+p_1)\cdot(p-p_1)\right]}-\frac{K}{\left[(-p_2+p_1)\cdot(p-p_2)\right]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{K}{(-p_2+p_1)}\cdot\exp(p_1\cdot t)-\frac{K}{(-p_2+p_1)}\cdot\exp(p_2\cdot t)$$

$$u_a(t) := \left[\frac{K}{(-p_2+p_1)}\cdot\exp(p_1\cdot t)-\frac{K}{(-p_2+p_1)}\cdot\exp(p_2\cdot t)\right]\cdot s(t)$$

$$t := -0.2\cdot10^{-3}, -0.2\cdot10^{-3}+10^{-6} .. 10^{-3}$$