

MATHCAD-Arbeitsblatt

Berechnung von Schaltvorgängen

Aufgabe 2.5

$$s(t) := \text{phi}(t)$$

Für die Zahlenwerte wird vereinbart: Spannungen in V, Ströme in A, Widerstände in Ω , Induktivitäten in H, Kapazitäten in F, Zeiten in s.

$$C_2 := 1.2 \cdot 10^{-9}$$

$$C_1 := 10 \cdot 10^{-9}$$

$$R_3 := 6100$$

$$R_2 := 375$$

$$U_0 := 1000$$

Gleichungen im Zeitbereich:

$$0 = i_1 - i_2 - i_3,$$

$$0 = \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^t i_1 d\tau - U_0 + R_3 \cdot i_3,$$

$$0 = R_2 \cdot i_2 + \frac{1}{C_2} \cdot \int_0^t i_2 d\tau - R_3 \cdot i_3,$$

Gleichungen im Bildbereich:

$$0 = I_1(p) - I_2(p) - I_3(p),$$

$$\frac{U_0}{p} = \frac{1}{p \cdot C_1} \cdot I_1(p) + R_3 \cdot I_3(p),$$

$$0 = \left(R_2 + \frac{1}{p \cdot C_2} \right) \cdot I_2(p) - R_3 \cdot I_3(p)$$

$$I_2(p) = \frac{\frac{U_0}{p} \cdot R_3}{R_3 \cdot \frac{1}{p \cdot C_1} + R_3 \cdot \left(R_2 + \frac{1}{p \cdot C_2} \right) + \left(R_2 + \frac{1}{p \cdot C_2} \right) \cdot \frac{1}{p \cdot C_2}},$$

$$U_{C2}(p) = \frac{1}{p \cdot C_2} \cdot I_2(p) = \frac{U_0}{R_2 \cdot C_2} \cdot \frac{1}{p^2 + p \cdot \left(\frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_2} + \frac{1}{R_3 \cdot C_1} \right) + \frac{1}{R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2}}.$$

Wurzeln des Nennerpolynoms bestimmen:

$$a := \left(\frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_2} + \frac{1}{R_3 \cdot C_1} \right) \quad a = 2.505 \cdot 10^6 \quad b := \frac{1}{R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2} \quad b = 3.643 \cdot 10^{10}$$

$$p_1 := \frac{-a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b} \quad p_1 = -1.463 \cdot 10^4 \quad p_2 := \frac{-a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b} \quad p_2 = -2.491 \cdot 10^6$$

aperiodischer Fall

$$\frac{U_0}{R_2 \cdot C_2} \cdot \frac{1}{(p - p_1) \cdot (p - p_2)}$$

in Partialbrüche zerlegt, ergibt

$$\frac{-1}{(-p_1 + p_2)} \cdot \frac{U_0}{[(p - p_1) \cdot R_2 \cdot C_2]} + \frac{1}{(-p_1 + p_2)} \cdot \frac{U_0}{[(p - p_2) \cdot R_2 \cdot C_2]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{-1}{(-p_1 + p_2)} \cdot \frac{U_0}{(R_2 \cdot C_2)} \cdot \exp(p_1 \cdot t) + \frac{1}{(-p_1 + p_2)} \cdot \frac{U_0}{(R_2 \cdot C_2)} \cdot \exp(p_2 \cdot t)$$

$$t := -0.2 \cdot 10^{-4}, -0.2 \cdot 10^{-4} + 10^{-7} .. 10^{-4}$$

$$u_{C2}(t) := \left[\frac{-1}{(-p_1 + p_2)} \cdot \frac{U_0}{(R_2 \cdot C_2)} \cdot \exp(p_1 \cdot t) + \frac{1}{(-p_1 + p_2)} \cdot \frac{U_0}{(R_2 \cdot C_2)} \cdot \exp(p_2 \cdot t) \right] \cdot s(t)$$

