MATHCAD-Arbeitsblatt
Berechnung von Schaltvorgängen

Aufgabe 2.12

$s(t) := \mathrm{phi}(t)$

Für die Zahlenwerte wird vereinbart: Spannungen in V, Ströme in A, Widerstände in Ω, Induktivitäten in H, Kapazitäten in F, Zeiten in s.

$C := 600 \cdot 10^{-9}$

$L := 50 \cdot 10^{-3}$

$R := 50$

$U_0 := 1$

$t_0 := 0.001$

Bildfunktion des Eingangssignals:

$$U_e(p) = \frac{U_0}{p} - \frac{U_0}{t_0} \cdot \frac{1}{p^2} + \frac{U_0}{t_0} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot e^{-t_0 \cdot p}$$

Übertragungsfunktion:

$$H(p) = \frac{\frac{1}{p \cdot C}}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} = \frac{1}{CL \cdot \left(p^2 + \frac{R}{L} \cdot p + \frac{1}{L \cdot C}\right)}$$

Wurzeln des Nennerpolynoms der Übertragungsfunktion:

$\delta := \frac{R}{2 \cdot L}$

$\delta^2 = 2.5 \cdot 10^5$

$\omega_0 := \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$

$\omega_0^2 = 3.333 \cdot 10^7$

$\omega := \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

$\omega = 5.752 \cdot 10^3$

$$H(p) = \frac{\left(\delta^2 + \omega^2\right)}{(p + \delta)^2 + \omega^2}$$

Bildfunktion des Ausgangssignals:

$$U_a(p) = U_0\,\frac{\delta^2+\omega^2}{p\cdot\left[(p+\delta)^2+\omega^2\right]} - \frac{U_0}{t_0}\cdot\frac{\delta^2+\omega^2}{p^2\cdot\left[(p+\delta)^2+\omega^2\right]} + \frac{U_0}{t_0}\cdot\frac{\delta^2+\omega^2}{p^2\cdot\left[(p+\delta)^2+\omega^2\right]}\cdot e^{-t_0\cdot p}$$

Partialbruchansatz:

$$U_0\cdot\frac{\delta^2+\omega^2}{p\cdot\left[(p+\delta)^2+\omega^2\right]} = \frac{A}{p} + B\cdot\frac{\omega}{(p+\delta)^2+\omega^2} + C\cdot\frac{(p+\delta)}{(p+\delta)^2+\omega^2},$$

$$\frac{U_0}{t_0}\cdot\frac{\delta^2+\omega^2}{p^2\cdot\left[(p+\delta)^2+\omega^2\right]} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p^2} + C\cdot\frac{\omega}{(p+\delta)^2+\omega^2} + D\cdot\frac{(p+\delta)}{(p+\delta)^2+\omega^2}.$$

$$U_0\cdot\frac{\delta^2+\omega^2}{p\cdot\left[(p+\delta)^2+\omega^2\right]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$U_0\cdot\left(\delta^2+\omega^2\right)\cdot\left[\frac{1}{\left(\delta^2+\omega^2\right)} - \frac{1}{\left(\delta^2+\omega^2\right)}\cdot\exp(-\delta\cdot t)\cdot\cos(\omega\cdot t) - \frac{1}{\left(\delta^2+\omega^2\right)}\cdot\frac{\exp(-\delta\cdot t)}{\omega}\cdot\delta\cdot\sin(\omega\cdot t)\right]$$

$$u_{a1}(t) := U_0\cdot\left[1-\exp(-\delta\cdot t)\cdot\left(\cos(\omega\cdot t)+\frac{\delta}{\omega}\cdot\sin(\omega\cdot t)\right)\right]\cdot s(t)$$

$$\frac{U_0}{t_0}\cdot\frac{\delta^2+\omega^2}{p^2\cdot\left[(p+\delta)^2+\omega^2\right]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{U_0}{t_0}\cdot\left(\delta^2+\omega^2\right)\cdot\left[\frac{-2}{\left(\delta^2+\omega^2\right)^2}\cdot\delta + \frac{1}{\left(\delta^2+\omega^2\right)}\cdot t + \frac{2}{\left(\delta^2+\omega^2\right)^2}\cdot\exp(-\delta\cdot t)\cdot\delta\cdot\cos(\omega\cdot t)\right]$$

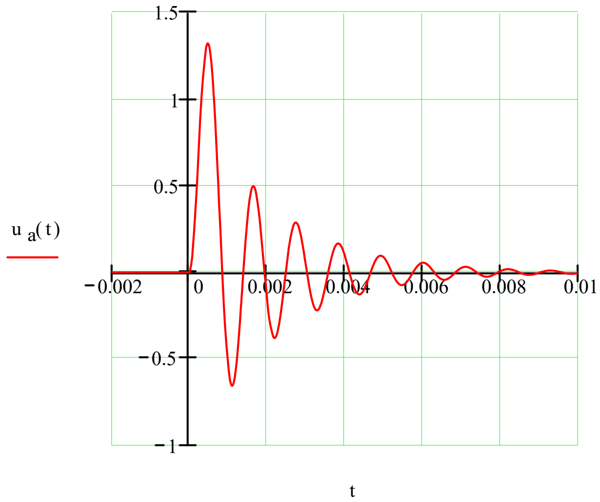
$$-\left[\frac{U_0}{t_0}\cdot\left(\delta^2+\omega^2\right)\right]\cdot\left[\frac{1}{\left(\delta^2+\omega^2\right)^2}\cdot\exp(-\delta\cdot t)\cdot\omega\cdot\sin(\omega\cdot t) + \frac{1}{\left(\delta^2+\omega^2\right)^2}\cdot\frac{\exp(-\delta\cdot t)}{\omega}\cdot\delta^2\cdot\sin(\omega\cdot t)\right]$$

$$u_{a2}(t) := \frac{U_0}{t_0}\cdot\left[-2\cdot\frac{\delta}{\omega_0^{\,2}} + t + \exp(-\delta\cdot t)\cdot\left[2\cdot\frac{\delta}{\omega_0^{\,2}}\cdot\cos(\omega\cdot t) + \left(\frac{\delta^2}{\omega\cdot\omega_0^{\,2}} - \frac{\omega}{\omega_0^{\,2}}\right)\cdot\sin(\omega\cdot t)\right]\right]\cdot s(t)$$

$$u_{a3}(t) := \frac{U_0}{t_0}\cdot\left[-2\cdot\frac{\delta}{\omega_0^{\,2}} + \left(t-t_0\right)\right]\cdot s\left(t-t_0\right)\ \ldots$$
$$+\frac{U_0}{t_0}\cdot\left[\exp\left[-\delta\cdot\left(t-t_0\right)\right]\cdot\left[2\cdot\frac{\delta}{\omega_0^{\,2}}\cdot\cos\left[\omega\cdot\left(t-t_0\right)\right] + \left(\frac{\delta^2}{\omega\cdot\omega_0^{\,2}} - \frac{\omega}{\omega_0^{\,2}}\right)\cdot\sin\left[\omega\cdot\left(t-t_0\right)\right]\right]\right]\cdot s\left(t-\right.$$

$u_a(t) := u_{a1}(t) - u_{a2}(t) + u_{a3}(t)$

$t := -0.002, -0.002 + 10 \cdot 10^{-6} .. 10 \cdot 10^{-3}$



$t_0)$

$t_0)$