

MATCAD-Arbeitsblatt

Berechnung von Schaltvorgängen

Aufgabe 2.11

$$s(t) := \text{phi}(t)$$

Bildfunktion:

$$U_R(p) = \frac{\frac{R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}} \cdot \frac{U_0}{p}}{\frac{R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L}$$

$$U_R(p) = \frac{U_0}{C \cdot L} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(p^2 + \frac{1}{C \cdot R} \cdot p + \frac{1}{L \cdot C} \right)}$$

Für die Zahlenwerte wird vereinbart: Spannungen in V, Ströme in A, Widerstände in Ω , Induktivitäten in H, Kapazitäten in F, Zeiten in s.

$$R_1 := 12$$

$$C := 12.5 \cdot 10^{-6}$$

$$L := 1.8 \cdot 10^{-3}$$

$$U_0 := 1$$

Wurzeln des quadratischen Nennerpolynoms bestimmen:

$$\delta_1 := \frac{1}{2 \cdot C \cdot R_1}$$

$$p_{11} := -\delta_1 + \sqrt{\delta_1^2 - \frac{1}{L \cdot C}}$$

$$p_{21} := -\delta_1 - \sqrt{\delta_1^2 - \frac{1}{L \cdot C}}$$

$$p_{11} = -3.333 \cdot 10^3 + 5.774i \cdot 10^3$$

$$p_{21} = -3.333 \cdot 10^3 - 5.774i \cdot 10^3$$

Schwingfall!

$$\delta_1 = 3.333 \cdot 10^3$$

$$\omega := \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \delta_1^2}$$

$$\omega = 5.774 \cdot 10^3$$

$$\frac{U_0}{C \cdot L} \cdot \frac{1}{p \cdot \left[(p + \delta_1)^2 + \omega^2 \right]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{U_0}{(C \cdot L)} \cdot \left[\frac{1}{(\delta_1^2 + \omega^2)} - \frac{1}{(\delta_1^2 + \omega^2)} \cdot \exp(-\delta_1 \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) - \frac{1}{(\delta_1^2 + \omega^2)} \cdot \frac{\exp(-\delta_1 \cdot t)}{\omega} \cdot \delta_1 \cdot \sin(\omega \cdot t) \right]$$

$$u_{RI}(t) := U_0 \cdot \left[1 - \exp(-\delta_1 \cdot t) \cdot \left(\cos(\omega \cdot t) + \frac{\delta_1}{\omega} \sin(\omega \cdot t) \right) \right] \cdot s(t)$$

$$R_2 := 6$$

Wurzeln des quadratischen Nennerpolynoms bestimmen:

$$\delta_2 := \frac{1}{2 \cdot C \cdot R_2}$$

$$p_{21} := -\delta_2 + \sqrt{\delta_2^2 - \frac{1}{L \cdot C}}$$

$$p_{22} := -\delta_2 - \sqrt{\delta_2^2 - \frac{1}{L \cdot C}}$$

$$p_{21} = -6.667 \cdot 10^3$$

$$p_{22} = -6.667 \cdot 10^3$$

aperiodischer Grenzfall!

$$\frac{U_0}{C \cdot L} \cdot \frac{1}{p \cdot (p + \delta_2)^2}$$

in Partialbrüche zerlegt, ergibt

$$\frac{1}{\delta_2^2} \cdot \frac{U_0}{(p \cdot C \cdot L)} - \frac{1}{\delta_2^2} \cdot \frac{U_0}{[(p + \delta_2) \cdot C \cdot L]} - \frac{1}{\delta_2} \cdot \frac{U_0}{[(p + \delta_2)^2 \cdot C \cdot L]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{1}{\delta_2^2} \cdot \frac{U_0}{(C \cdot L)} - \frac{1}{\delta_2^2} \cdot \frac{U_0}{(C \cdot L)} \cdot \exp(-\delta_2 \cdot t) - \frac{1}{\delta_2} \cdot \frac{U_0}{(C \cdot L)} \cdot t \cdot \exp(-\delta_2 \cdot t)$$

$$u_{R2}(t) := U_0 \cdot (1 - \exp(-\delta_2 \cdot t) - \delta_2 \cdot t \cdot \exp(-\delta_2 \cdot t)) \cdot s(t)$$

$$R_3 := 2$$

$$\delta_3 := \frac{1}{2 \cdot C \cdot R_3}$$

Wurzeln des quadratischen Nennerpolynoms bestimmen:

$$p_{31} := \left(-\delta_3 + \sqrt{\delta_3^2 - \frac{1}{L \cdot C}} \right)$$

$$p_{32} := -\delta_3 - \sqrt{\delta_3^2 - \frac{1}{L \cdot C}}$$

$$p_{31} = -1.144 \cdot 10^3$$

$$p_{32} = -3.886 \cdot 10^4$$

aperiodischer Fall!

$$\frac{U_0}{C \cdot L} \cdot \frac{1}{p \cdot (p - p_{31}) \cdot (p - p_{32})}$$

in Partialbrüche zerlegt, ergibt

$$\frac{1}{(p_{31} \cdot p_{32})} \cdot \frac{U_0}{(p \cdot C \cdot L)} - \frac{U_0}{[p_{31} \cdot (p_{31} - p_{32}) \cdot (-p + p_{31}) \cdot C \cdot L]} - \frac{U_0}{[p_{32} \cdot (p_{31} - p_{32}) \cdot (p - p_{32}) \cdot C \cdot L]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{1}{(p_{31} \cdot p_{32})} \cdot \frac{U_0}{(C \cdot L)} + \frac{U_0}{[p_{31} \cdot (p_{31} - p_{32}) \cdot C \cdot L]} \cdot \exp(p_{31} \cdot t) - \frac{U_0}{[p_{32} \cdot (p_{31} - p_{32}) \cdot C \cdot L]} \cdot \exp(p_{32} \cdot t)$$

$$u_{R3}(t) := \left[\frac{1}{(p_{31} \cdot p_{32})} \cdot \frac{U_0}{(C \cdot L)} + \frac{U_0}{[p_{31} \cdot (p_{31} - p_{32}) \cdot C \cdot L]} \cdot \exp(p_{31} \cdot t) \right] \cdot s(t) - \left[\frac{U_0}{[p_{32} \cdot (p_{31} - p_{32}) \cdot C \cdot L]} \cdot \exp(p_{32} \cdot t) \right] \cdot s(t)$$

$$t := -10^{-3}, -10^{-3} + 5 \cdot 10^{-6} .. 5 \cdot 10^{-3}$$

