MATHCAD-Arbeitsblatt
Berechnung von Schaltvorgängen

Aufgabe 2.10

$s(t) := \mathrm{phi}(t)$

Anfangsbedingungen:
Vor dem Schalten hat sich der Kondensator auf die Spannung

$U_{C0} = U_q$

aufgeladen, der Spulenstrom ist vor dem Schalten

$i_L = \dfrac{U_q}{R_L}$.

Gleichung im Zeitbereich:

$$0 = R_L \cdot i_L + L \cdot \frac{d}{dt} i_L + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_L \, d\tau - U_{C0} + R_C \cdot i_L.$$

Gleichung im Bildbereich:

$$0 = R_L \cdot I_L(p) + p \cdot L \cdot I_L(p) - L \cdot I_{L0} + \frac{1}{p \cdot C} I_L(p) - \frac{U_{C0}}{p} + R_C \cdot I_L(p),$$

$$I_L(p) = \frac{\dfrac{U_{C0}}{L} + p \cdot I_{L0}}{p^2 + \dfrac{R_L + R_C}{L} \cdot p + \dfrac{1}{L \cdot C}}.$$

Für die Zahlenwerte wird vereinbart: Spannungen in V, Ströme in A, Widerstände in Ω, Induktivitäten in H, Kapazitäten in F, Zeiten in s.

$C := 1.5 \cdot 10^{-6}$

$L := 0.3$

$R_L := 150$

$U_q := 60$

$I_{L0} := \dfrac{U_q}{R_L}$

$I_{L0} = 0.4$

$U_{C0} := U_q$

Der aperiodische Grenzfall liegt vor für

$\delta^2 = \omega_0^{\,2},$

$$\left(\frac{R_L + R_C}{2 \cdot L}\right)^2 = \frac{1}{L \cdot C}.$$

$$R_C := 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} - R_L$$

$$R_C = 744.427$$

$$\delta := \frac{R_L + R_C}{2 \cdot L}$$

$$\delta = 1.491 \cdot 10^3$$

$$\frac{\frac{U_{C0}}{L} + p \cdot L0}{(p + \delta)^2}$$

in Partialbrüche zerlegt, ergibt

$$\frac{1}{L} \cdot \frac{\left(U_{C0} - \delta \cdot I_{L0} \cdot L\right)}{(p + \delta)^2} + \frac{I_{L0}}{(p + \delta)}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{1}{L} \cdot \left(U_{C0} - \delta \cdot I_{L0} \cdot L\right) \cdot t \cdot \exp(-\delta \cdot t) + I_{L0} \cdot \exp(-\delta \cdot t)$$

$$i_L(t) := \left[\frac{1}{L} \cdot \left(U_{C0} - \delta \cdot I_{L0} \cdot L\right) \cdot t \cdot \exp(-\delta \cdot t) + I_{L0} \cdot \exp(-\delta \cdot t)\right] \cdot s(t) + I_{L0} \cdot s(-t)$$

$$t := -1 \cdot 10^{-3}, \left(-1 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-6}\right) .. 4 \cdot 10^{-3}$$