

MATHCAD-Arbeitsblatt
Laplace-Transformation
Rücktransformation

Aufgabe 1.5

Die nachfolgend von MATHCAD ermittelten Ergebnisse ermöglichen, eigene Resultate zu vergleichen. Führen Sie aber vorher, wenn notwendig, den Partialbruchansatz durch.

$$\frac{5}{15 \cdot p + 3} \text{ invlaplace, } p \rightarrow \frac{1}{3} \cdot \exp\left(\frac{-1}{5} \cdot t\right)$$

$$\frac{1}{(p-1)^2} \text{ invlaplace, } p \rightarrow t \cdot \exp(t)$$

$$\frac{5 \cdot p}{(p-1) \cdot (p+4)} \text{ invlaplace, } p \rightarrow \exp(t) + 4 \cdot \exp(-4 \cdot t)$$

$$\frac{(p+1+p^2)}{p^2 \cdot (p-2)} \text{ invlaplace, } p \rightarrow \frac{-1}{2} \cdot t - \frac{3}{4} + \frac{7}{4} \cdot \exp(2 \cdot t)$$

$$\frac{p}{(9+p^2) \cdot (p+3)} \text{ invlaplace, } p \rightarrow \frac{-1}{6} \cdot \exp(-3 \cdot t) + \frac{1}{6} \cdot \cos(3 \cdot t) + \frac{1}{6} \cdot \sin(3 \cdot t)$$

Aufgabe 1.6

$$s(t) := \text{phi}(t)$$

Für die Zahlenwerte wird vereinbart: Spannungen in V, Widerstände in Ω , Induktivitäten in H, Kapazitäten in F, Zeiten in s.

$$U_q := 60$$

$$R_i := 10$$

$$R_L := 150$$

$$A := \frac{(U_q \cdot R_L)}{(R_i \cdot L \cdot C)}$$

$$L := 0.3$$

$$C := 1.5 \cdot 10^{-6}$$

$$B := \frac{U_q}{C \cdot R_i}$$

$$a := \frac{(R_i \cdot R_L \cdot C + L)}{2 \cdot (R_i \cdot L \cdot C)}$$

$$b := \sqrt{\frac{(R_i + R_L)}{R_i \cdot L \cdot C}}$$

$$p_1 := -a + \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$p_1 = -533.602$$

$$p_2 := -a - \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$p_2 = -6.663 \cdot 10^4$$

$$\frac{A + p \cdot B}{p \cdot (p - p_1) \cdot (p - p_2)}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{A}{(p_1 \cdot p_2)} + \frac{1}{[p_1 \cdot (-p_2 + p_1)]} \cdot \exp(p_1 \cdot t) \cdot A + \frac{1}{(-p_2 + p_1)} \cdot \exp(p_1 \cdot t) \cdot B$$

$$- \frac{1}{[p_2 \cdot (-p_2 + p_1)]} \cdot \exp(p_2 \cdot t) \cdot A - \frac{1}{(-p_2 + p_1)} \cdot \exp(p_2 \cdot t) \cdot B$$

$$\frac{A + p \cdot B}{p \cdot (p - p_1) \cdot (p - p_2)}$$

in Partialbrüche zerlegt, ergibt

$$\frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \cdot \frac{A}{p} + \frac{(A + p_1 \cdot B)}{[p_1 \cdot (-p_1 + p_2) \cdot (-p + p_1)]} - \frac{(p_2 \cdot B + A)}{[p_2 \cdot (-p_1 + p_2) \cdot (-p + p_2)]}$$

hat inverse Laplace-Transformation

$$\frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \cdot A - \frac{(A + p_1 \cdot B)}{[p_1 \cdot (-p_1 + p_2)]} \cdot \exp(p_1 \cdot t) + \frac{(p_2 \cdot B + A)}{[p_2 \cdot (-p_1 + p_2)]} \cdot \exp(p_2 \cdot t)$$

Der Vergleich zeigt, dass es vor der Rücktransformation mit MATHCAD günstiger sein kann, zuerst die Partialbruchzerlegung durchzuführen. MATHCAD kann die Terme mit gleichen Zeitfunktionen nicht zusammen fassen

$$u_C(t) := \left[\frac{1}{(p_1 \cdot p_2)} \cdot A - \frac{(A + p_1 \cdot B)}{[p_1 \cdot (-p_1 + p_2)]} \cdot \exp(p_1 \cdot t) + \frac{(p_2 \cdot B + A)}{[p_2 \cdot (-p_1 + p_2)]} \cdot \exp(p_2 \cdot t) \right] \cdot s(t)$$

$$t := -2 \cdot 10^{-5}, -2 \cdot 10^{-5} + 10^{-7} .. 10^{-4}$$

